

CALCUL DES DEGRES-JOURS MENSUELS

A TEMPERATURE DE BASE VARIABLE

Bernard BOURGES, Consultant, Rennes

Pré-print d'un article publié dans la revue *Chauffage, Ventilation, Conditionnement*, mai 1987

INTRODUCTION

Les degrés-jours constituent une "entrée" météorologique privilégiée pour la méthode usuelle d'évaluation de la charge thermique des bâtiments. Mais il est nécessaire de tenir compte aujourd'hui de niveaux d'isolation élevés, ainsi que de différentes sources d'apports de chaleur "gratuits", en particulier les gains solaires et les apports dus aux occupants. Ceci impose de ne plus s'en tenir à une seule température de base (ordinairement 18°C en France ou 18,3°C dans les pays anglo-saxons), mais de disposer des valeurs de degrés-jours pour toute une plage de températures de base, entre 5 et 20°C. Par ailleurs, la période annuelle (ou quasi-annuelle avec la saison de chauffe) n'est plus suffisante, car de nombreuses méthodes utilisent le pas de temps du mois pour prendre en compte les apports solaires, actifs ou passifs. C'est donc de données mensuelles que l'on a le plus souvent besoin, voire parfois de périodes plus courtes encore.

Nous proposons ici une méthode permettant le calcul des degrés-jours mensuels, quelle que soit la température de base, à partir de la température extérieure moyenne et d'une variable complémentaire caractérisant la dispersion statistique de la variable température. Cette méthode assez simple conduit à une précision excellente.

LES METHODES EXISTANTES

Des degrés-jours à différentes températures de base sont calculés par les services météorologiques; mais ces calculs ne sont effectués que pour un échantillonnage limité de stations et leurs résultats ne font pas l'objet d'une publication extensive; ils forment par ailleurs des tableaux de chiffres assez lourds à manier.

Il est donc apparu tout à fait justifié de chercher des formules de calcul permettant de reconstituer les degrés-jours, quelque soit la température de base, à partir de statistiques habituelles concernant la température. Ainsi, dans l'Atlas Solaire Français, /1/, sont données des valeurs reconstituées pour des températures de base 16, 17 et 18°C à l'aide d'une formule du type

$$DJ = A + B.X + C.Y$$

où X est la température moyenne du mois considéré et Y l'amplitude journalière moyenne. Les coefficients A, B et C sont valables pour un mois donné (Avril, Mai ou Octobre) et une température de base donnée; ils ne sont pas fournis par les auteurs. Pour les autres mois d'hiver

$$DJ(T_b) = N \cdot (T_b - T_e) \quad (1)$$

- 2 -

Une autre formule, valable entre 6 et 21°C, a été proposée par P. DIAZ-PEDREGAL /2/ sous la forme

$$DJ(T_b) = f(T_b; DJ(18))$$

où la fonction f est un polynôme.

Le principal défaut de ces formules est le fait qu'elles sont le résultat d'ajustements purement empiriques, sans signification physique ni statistique. Aucun lien n'est possible par exemple avec la distribution des fréquences de la température extérieure.

Rappelons que la courbe de fréquences cumulées de la température extérieure, Q(T), fournit la probabilité que la température extérieure (journalière ici) prenne une valeur inférieure à T. De manière générale, les degrés-jours à base T_b se calculent par l'intégrale

$$DJ(T_b) = \int_{T_{min}}^{T_b} Q(T) \cdot dT \quad (2)$$

T_{min} représente le minimum absolu de température observé.

L'utilisation des formules empiriques précédentes est donc limitée à un intervalle bien déterminé et l'extrapolation géographique peut s'avérer hasardeuse.

Des travaux américains récents de ERBS /3/ ont abouti à une relation qui remédie à ces inconvénients, grâce à la formulation suivante:

$$DJ = S \cdot N^{3/2} \cdot \left[\frac{h/2 + 0,2041}{\ln((\exp(-1,698h) + \exp(1,698h)) / 2)} / 3,396 \right] \quad (3)$$

$$\text{où } h = (T_b - T_e) / (S \cdot N^{1/2}) \quad (4)$$

Le paramètre S représente l'écart-type, sur une longue période, des moyennes mensuelles de la température extérieure pour le mois considéré.

Il est à noter que cette formule correspond à la distribution de fréquences cumulées suivantes:

$$Q(T_b) = 1 / (1 + \exp(-3,396 h)) \quad (5)$$

UNE FORMULE ADAPTEE A LA FRANCE

La formule de ERBS, malgré son intérêt, n'est cependant pas applicable directement au cas de la France. Elle a été établie en effet à partir de données de température moyennes horaires, alors que les degrés-jours sont généralement calculés en France à partir de la température moyenne journalière (obtenue comme demi-somme du minimum et du maximum journalier).

Par ailleurs l'écart-type des moyennes mensuelles n'est pas disponible, bien que son calcul soit très simple.

On peut remarquer que la formule de ERBS n'est qu'un cas particulier de la distribution de fréquences, dépendant du paramètre d'ajustement a

$$Q(T_b) = 1 / (1 + \exp(-2.a.h)) \quad (6)$$

conduisant à la formule de degrés-jours

$$DJ(Tb) = S \cdot N^{1/2} \cdot \left[\frac{h/2 + \log(2)/2 \cdot a}{\ln((\exp(-ah) + \exp(ah))/2) / (2 \cdot a)} \right] \quad (7)$$

En ce qui concerne les données disponibles, la Direction de la Météorologie a publié récemment une monographie /4/ où figurent, pour une centaine de stations françaises, des statistiques de températures relatives à la période 1951-1980 et comprenant notamment les éléments suivants:

- Moyenne des températures mensuelles
- Médiane et quintiles des températures moyennes mensuelles
- Degrés-jours mensuels base 18

La donnée des quintiles de la distribution fournit un bon estimateur de la dispersion; rappelons que les quintiles sont les valeurs qui correspondent aux seuils de fréquences 80, 60, 40 et 20% sur la courbe de fréquences cumulées. Si l'on nomme Qs et Qi les quintiles supérieur et inférieur (correspondant donc aux seuils de fréquences 80 et 20%), on peut approximer l'écart-type par la formule

$$S = (Qs - Qi) / 1.683 \quad (8)$$

Cette relation est vérifiée si l'on fait l'hypothèse que la distribution des moyennes mensuelles (pour un mois déterminé) est gaussienne. Cette relation théorique semble assez bien vérifiée en moyenne, bien que certains mois et certaines stations puissent s'en éloigner parfois notablement (cf. fig 1).

Remarquons bien qu'il s'agit ici de la distribution des moyennes mensuelles, et non des valeurs journalières: c'est cette dernière en réalité qui détermine les degrés-jours.

Nous avons sélectionné 16 stations françaises représentatives (DJ(18) compris entre 1400 et 3500) (cf Tableau 1) et nous avons cherché la valeur du paramètre a de l'équation (7) minimisant l'erreur quadratique moyenne sur la reconstitution des DJ(18) mensuels de ces stations.

La valeur

$$a = 2,1 \quad (9)$$

donne les meilleurs résultats et conduit à une erreur moyenne nulle avec un écart-type de 2.8 degrés-jours.

CALCUL DES DEGRES-JOURS UNIFIES (BASE 18)

Comme on peut le voir sur le tableau 1, l'estimation des degrés-jours annuels à base 18°C qui découle de l'application des formules (4), (7), (8) et (9) présente une excellente précision. Ceci est valable quelque soit la période retenue: année entière (12 mois) ou saison de chauffe seulement (8 mois). Pour les degrés-jours sur 12 mois, l'erreur, en valeur absolue est toujours inférieure à 25 Degrés-jours, soit une précision toujours meilleure que 1%; Le calcul sur les 8 mois de la saison de chauffe est encore plus précis puisque l'erreur maximale ne dépasse pas 7 degrés-jours, soit une précision meilleure que 0,3%.

A titre de comparaison, remarquons que les températures moyennes mensuelles ne sont données qu'à 0,05°C près. Ceci représente une incertitude de 1,5 degré-jour par mois et, pour les degrés-jours sur 8 mois, 4 degrés-jours.

En ce qui concerne les valeurs mensuelles, le tableau 2 présente une comparaison entre valeurs originales et valeurs calculées pour deux stations n'ayant pas servi à l'ajustement statistique.

L'erreur sur la reconstitution de ces valeurs mensuelles ne dépasse pas 8 degrés-jours (et 5 pour les 8 mois de la saison de chauffage). Il est à noter par ailleurs, pour les 16 stations du tableau 1, l'écart-type de l'erreur sur les valeurs mensuelles au cours des 8 mois de la saison de chauffage n'est que de 1,5 degré-jour (contre 2,8 pour les 12 mois ensemble).

DEGRES-JOURS A DIFFERENTES BASES

Les formules (4), (7), (8) et (9) ont été utilisées pour calculer les degrés-jours à différentes températures de base: 0, 5, 10, 14, 16, 18 et 20°C, en quatre stations météorologiques. Comme dans l'exemple précédent, ces stations ne faisaient pas partie de l'échantillon qui a permis d'ajuster la valeur du paramètre a.

Les valeurs calculées ont été comparées aux degrés-jours établis par la Direction de la Météorologie à partir de ses fichiers détaillés, pour la même période (1951-1972) (cf Tableau 3).

Là encore, la précision est excellente: l'erreur maximale annuelle est de 18 degrés-jours (14 si l'on s'en tient aux 8 mois de la saison de chauffage). A titre de comparaison, ERBS donne pour sa formule (utilisée avec la vraie valeur de l'écart-type des moyennes mensuelles) un intervalle d'erreur annuelle de 175 degrés-jour, pour 9 stations américaines.

Au plan mensuel, l'erreur moyenne est quasi-nulle (0,1), avec un écart-type de 3,3 degrés-jours: l'ordre de grandeur est le même que pour le calcul des seuls degrés-jours à base 18.

Les figures 2 et 3 fournissent une autre illustration de la précision de la méthode: elles montrent la comparaison entre valeurs réelles et reconstituées des DJ à base 14°C et 5°C (valeurs mensuelles).

AUTRES UTILISATIONS DE LA METHODE

La formule que nous venons de développer, présente des avantages qui permettent d'en étendre l'utilisation. Elle peut d'abord servir au calcul des degrés-jours sur une période de N1 jours, inférieure à un mois. Les formules (4) et (7) sont modifiées comme suit

$$h = (Tb - Te') / (S \cdot N1^{1/2}) \quad (4')$$

$$DJ(Tb) = S \cdot N1 \cdot N1^{1/2} \cdot \left[\frac{h/2 + \log(2)/2 \cdot a}{\ln((\exp(-ah) + \exp(ah))/2) / (2 \cdot a)} \right] \quad (7')$$

Te' est alors la température moyenne de la période considérée. S et N sont, comme précédemment, l'écart-type et le nombre de jours du mois dont est extraite la période.

On peut également utiliser ces formules pour le calcul de degrés-jours de climatisation: les relations ne sont pas modifiées sauf (4) qui change de signe et devient

$$h = (T_e - T_b) / (S \cdot N^{1/2}) \quad (4'')$$

Signalons, enfin, que la formule (6) donne une bonne indication de la distribution de fréquences de la température journalière. Elle peut être utilisée en première approximation, lorsque cette distribution est nécessaire. Elle représente assez bien les valeurs centrales de la distribution, mais doit cependant être maniée avec précaution si l'on s'intéresse aux valeurs extrêmes.

CONCLUSION

La présente étude a donc permis de développer une formule extrêmement précise pour le calcul des degrés-jours mensuels, quelle que soit la température de base. Cette formule exige comme donnée, la moyenne mensuelle de la température et un paramètre lié à la dispersion, l'écart des quintiles extrêmes de la distribution des moyennes mensuelles. Les valeurs de ces deux paramètres sont disponibles dans la référence /4/ de la Direction de la Météorologie. Le paramètre de dispersion présente, en outre, une grande stabilité géographique qui permet une extrapolation par zone (Tableau 4).

L'erreur commise, par l'utilisation de cette formule pour le calcul des degrés-jours annuels, ne dépasse pas 25 degrés-jours, quelque soit la température de base. Cette erreur est à rapprocher de l'incertitude sur la seule température moyenne: si l'on utilise, au lieu de la demi-somme des extrêmes quotidiens, la moyenne des 8 températures tri-horaires, la différence en moyenne sur l'année atteint facilement 0,2 K (voire 0,4 K) soit une incertitude de 40 à 50 degrés-jours sur la saison de chauffage.

L'écart-type de l'erreur sur la reconstitution des degrés-jours mensuels est de l'ordre de 3 degrés-jours: cette valeur est notablement inférieure à celle obtenue avec les méthodes analogues; DIAZ-PEDREGAL, par exemple, indique, pour sa propre formule, un écart-type de 5 degrés-jours.

Par ailleurs, la formule choisie s'applique tout aussi bien au calcul des degrés-jours de climatisation; elle permet, en outre, de représenter, par dérivation, la distribution de fréquences de la température.

REFERENCES

- /1/ P.CLAUX, R.GILLES, A.PESSO, M.RAoust. Atlas Solaire Français. PYC-Edition, Paris, 1982.
- /2/ P.DIAZ-PEDREGAL. Solaire-1 Magazine, n°19, Février-Mars 1982
- /3/ D.G.ERBS, S.A.KLEIN, W.A.BECKMAN. Estimation of degree-days and ambient temperature bin data from monthly-average temperatures. ASHRAE JOURNAL, June 1983
- /4/ Direction de la Météorologie. Normales Climatologiques 1951-1980. Fascicule 1: Températures. 1983

REMERCIEMENTS

Cette étude a été réalisée en collaboration avec le Centre d'Energétique ARMINES et avec l'aide de l'Agence Française pour la Maîtrise de l'Energie (Convention-cadre AFME-ARMINES 1985).

NOMENCLATURE

- N nombre de jours du mois
- S écart-type des moyennes mensuelles de température extérieure
- Qs quintile supérieur de la distribution des moyennes mensuelles de température pour un mois donné.
- Qi quintile inférieur de la distribution des moyennes mensuelles de température.
- Tb température de base
- Te moyenne mensuelle de la température extérieure

Tableau 1: Comparaison des degrés-jours base 18 fournis par la Direction de la Météorologie et calculés par la présente formule

	DJ(18) (12 mois)		DJ(18) (8 mois)	
	Réels	Calc.	Réels	Calc.
Embrun	3087	3087	2875	2878
Les Sauvages	3511	3489	3135	3142
Bourg-St Maurice	3426	3428	3135	3138
Phalsbourg	3403	3390	3093	3092
Besançon	2995	2988	2777	2779
St Quentin	3085	3084	2780	2785
Le Bourget	2758	2752	2549	2551
Lyon	2656	2654	2529	2529
Marignane	1760	1769	1744	1744
Bordeaux	2196	2204	2082	2088
Toulouse	2205	2214	2123	2129
Toulon	1376	1386	1367	1366
La Rochelle	2179	2199	2073	2074
Nantes	2413	2427	2244	2248
Deauville	2961	2944	2604	2602
Ouessant	2314	2315	1954	1951

Tableau 2: Idem Tableau 1 pour les valeurs mensuelles des degrés-jours base 18°C

Mois	Biarritz		Chateauroux	
	DJ réels	DJ calc.	DJ réels	DJ calc.
1	309.9	310.0	453.8	452.7
2	262.6	267.1	380.3	379.5
3	246.7	245.8	337.9	338.6
4	196.7	195.3	244.6	243.7
5	115.5	114.3	147.2	147.5
6	46.4	43.2	62.6	63.5
7	10.0	15.4	24.7	32.8
8	8.0	7.8	27.6	35.1
9	28.4	29.8	72.0	75.5
10	100.5	101.3	193.7	193.7
11	224.8	225.8	336.3	336.0
12	303.2	306.5	427.2	429.0
12 mois	1853	1862	2708	2728
8 mois	1760	1766	2521	2521

Tableau 3: Comparaison des valeurs réelles (première ligne) et calculées (deuxième ligne) des degrés-jours annuels (12 mois) à différentes bases (Période 1951-1972)

Tb Station	0	5	10	14	16	18	20
Rennes	19	152	639	1417	1936	2544	3223
	19	138	640	1422	1936	2544	3224
Clermont-Fd	80	313	896	1671	2167	2743	3385
	85	321	912	1689	2181	2745	3382
Bastia	0	13	172	671	1044	1487	2000
	1	12	174	662	1033	1482	2000
Brest	5	77	526	1382	1973	2655	3372
	5	66	532	1392	1976	2652	3369

Tableau 4: Valeurs moyennes par zone du paramètre de dispersion de la distribution de températures extérieures moyennes mensuelles ($Q_5 - Q_1$).

Zone	Continentale /Montagneuse	Semi-Conti- nentale	Océanique	Cotière
Stations	Besançon Bourg-St-Maur. Clermont-Fd	Paris Lyon Marignane St-Quentin	Deauville Nantes Bordeaux	Ouessant Toulon Bastia
Mois				
1	3.0	3.0	2.2	1.4
2	4.6	3.9	3.6	2.6
3	3.4	2.9	2.4	1.6
4	2.9	2.0	1.7	1.3
5	2.1	2.0	2.0	1.3
6	2.1	2.0	1.9	1.7
7	2.1	2.0	1.9	1.7
8	2.0	2.0	1.8	1.7
9	2.3	2.3	2.3	1.7
10	2.7	2.3	2.2	1.9
11	2.5	2.0	2.2	1.7
12	3.4	3.5	3.5	1.7

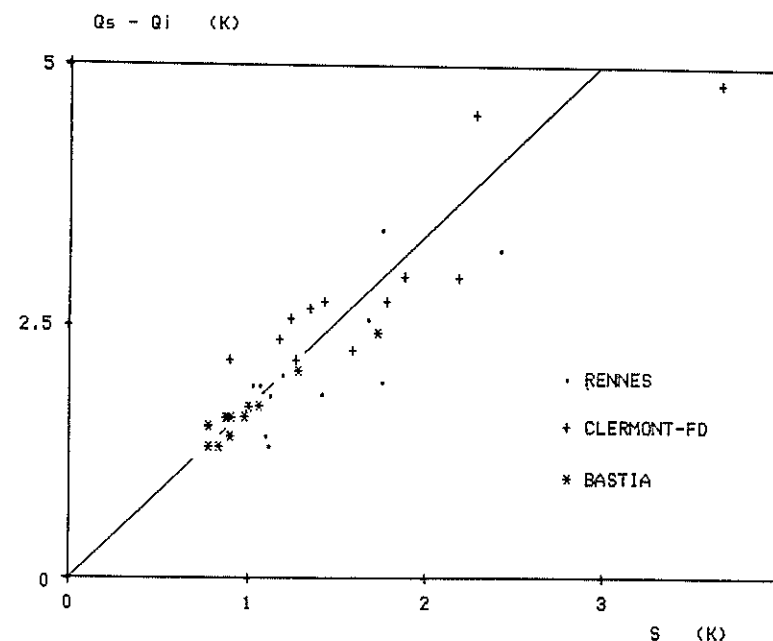


Figure 1: Relation entre l'écart-type S et la différence ($Q_5 - Q_1$) des quintiles extrêmes de la distribution des moyennes mensuelles de température sur 30 ans

La droite représente la relation entre ces deux paramètres dans le cas d'une distribution de Laplace-Gauss.

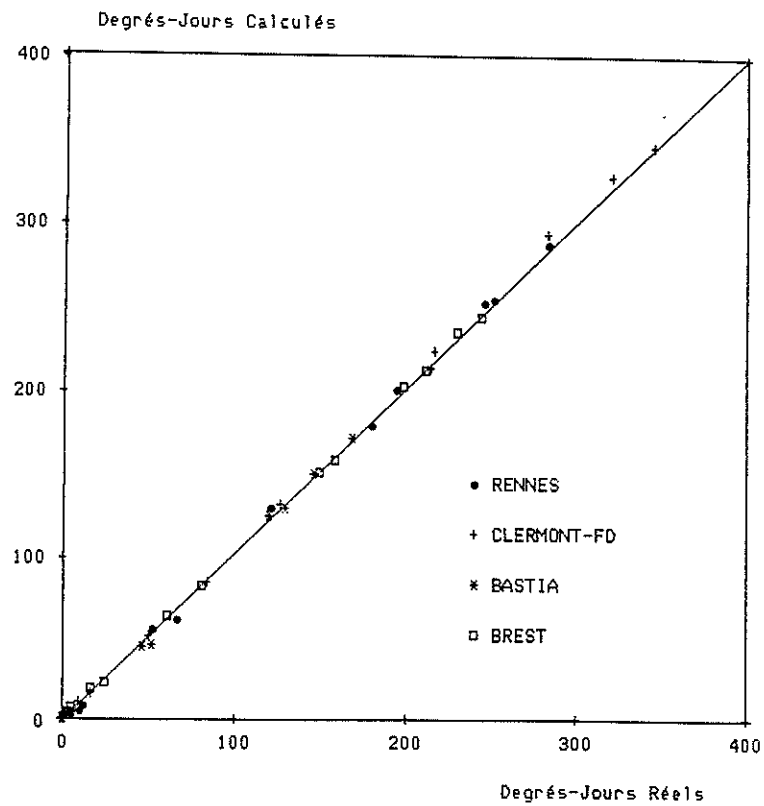


Figure 2: Degrés-jours mensuels à base 14°C. Comparaison des valeurs réelles (Météo) et des valeurs calculées par le présent modèle.

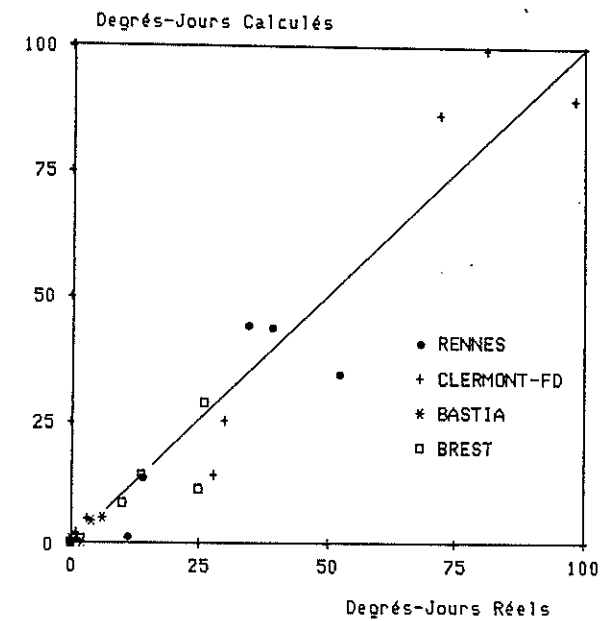


Figure 3: Degrés-jours mensuels à base 5°C. Comparaison des valeurs réelles (Météo) et des valeurs calculées par le présent modèle.